

## اثربخشی اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله در یادگیری مفهوم معادلات دوره متوسطه

\* پروانه امیری پور، استادیار گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران.  
مرجان معیری، استادیار گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران.

### چکیده

با توجه به اهمیت تعاملات در کلاس ریاضی در دوره متوسطه و از آنجایی که مفاهیم جبری و غیرجبری در کتب ریاضی دوره متوسطه پایه ای برای یادگیری مفاهیم ریاضی در دوره های آتی تحصیلی همچون دانشگاه است، توجه به آموزش کارآمد مفاهیم جبری و غیرجبری در علوم مختلف اقتصادی، صنعتی و ... قابلیت استفاده دارند. لذا پژوهشگر به دنبال بررسی اثربخشی اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله نسبت به روش سنتی در یادگیری مفهوم معادلات جبری، گویا و گنگ دانش آموزان دختر پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک بود. با استفاده از روش پژوهش نیمه- تجربی، الگوی تدریس سنتی و تدریس مبتنی بر جیگساو توام با طرح مساله در دو گروه کنترل و آزمایش به مدت ۱۵ جلسه ۵۰ دقیقه ای پیاده سازی گردید. جامعه آماری دو مدرسه دوره دوم متوسطه دخترانه در شهرری واقع در استان تهران در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ بود که با روش نمونه گیری در دسترس، ۶۶ دانش آموز دختر (۳۲ نفر در گروه کنترل و ۳۴ نفر در گروه آزمایش) انتخاب شدند. داده ها پیش و پس از رویکرد سنتی و جدید بر اساس آزمون محقق ساخته ریاضی جمع آوری گردید. آزمون تی نمونه های مستقل و تحلیل های کیفی نشان داد که اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله نسبت به روش سنتی در یادگیری مفهوم معادلات جبری، گویا و گنگ دانش آموزان دختر پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک در شهرری اثربخش است. بر اساس تدریس جیگساو با طرح مساله، دوره هایی برگزار شود تا بر اساس دانش معلمان، استراتژی های آموزشی از طریق هم اندیشی بین معلمان در زمینه تدریس ریاضی دوره متوسطه ارائه و بصورت طرحی ارائه گردد.

**واژگان کلیدی:** الگوی جیگساو، طرح مساله، معادله، جبری، غیر جبری، ریاضی.

\* نویسنده مسئول: Parvaneh.amiripour@gmail.com

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۴/۲۰ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۸/۱۲

## **The Effectiveness of Implementing the Combined Jigsaw Model Along with Problem Posing in Learning the Concept of Equations in Secondary**

**\*Parvaneh Amiripour**, Assistant professor, Department of Mathematics Education, Farhangian University, Tehran, Iran.

**Marjan Moayeri**, Assistant professor, Department of Mathematics Education, Farhangian University, Tehran, Iran.

### **Abstract**

Paying attention to the importance of interactions in mathematics class in secondary school and since algebraic and non-algebraic concepts in secondary school mathematics books are the basis for learning mathematical concepts in future courses such as university, paying attention to efficient teaching of algebraic and non-algebraic concepts in various economic sciences, industrial and ... can be used. Therefore, the researcher was investigating the effectiveness of the implementation of the combined jigsaw model with problem design compared to the traditional method in learning the concept of algebraic, rational and dumb equations of eleventh grade female students in the field of mathematics and physics. Using the semi-experimental method, traditional model and jigsaw-based teaching along with problem posing were implemented in two groups for 15 sessions of 50 minutes. The statistical population was two secondary schools for girls in a city from Tehran province in 2022-2023, where 66 female students (32 people and 34 people in control and experiment groups respectively) were selected using available sampling method. The data were collected before and after the traditional and new approach based on the researcher's mathematical test. The t-test and qualitative analysis showed that the implementation of the combined jigsaw pattern with problem design is more effective than the traditional method in learning the concept of algebraic, rational and dumb equations of the 11th grade female students in the field of mathematics and physics in Shahre Rey. Based on jigsaw teaching with problem design, courses should be held so that, based on teachers' knowledge, educational strategies will be presented through mutual thinking among teachers in the field of middle school math teaching and presented as a plan.

**Keywords:** Jigsaw Pattern, Problem design, Equation, Algebraic, Non-algebraic, Math.

---

\* Corresponding author: Parvaneh.amiripour@gmail.com

Receiving Date: 11/7/2023 Acceptance Date: 3/11/2023

## مقدمه

در سیستم آموزش مدرسه ای در حوزه آموزش ریاضی بیشتر به مقوله های حل مساله، چگونگی درک مساله و درگیر کردن یادگیرندگان در موقعیت های چالشی در مساله های ریاضی تاکید شده است و از زاویه های مختلفی این مقوله مورد بررسی قرار گرفته است و چالش هایی مطرح شده بود. آموزش مفاهیم مجرد و حتی مساله های غیرمعمول ریاضی در دوره متوسطه برای بسیاری از دانش آموزان در حوزه حل مساله انجام می گیرد و رویکرد طراحی مساله از جانب دانش آموزان/یادگیرندگان کمتر مورد توجه بوده است. به نظر می رسد طراحی یک مساله توسط یادگیرنده می تواند فهم عمیق و چالشی عمده از همه جنبه های مساله را در بر می گیرد، به گونه ای که او را به سطحی می رساند که می تواند مساله ای را طراحی و توسعه دهد. مراحل حل مسئله توسط Polya (1945) به عنوان درک مسئله، برنامه ریزی، اجرای طرح و نگاه به گذشته اشاره به طرح مسائل جدید/مرتبط دارد، لذا طرح مسئله در آموزش ریاضی، توجه جامعه آموزشی را به خود جلب کرده است. (Nuha et al. (2018) با انتشار کتاب «هنر طرح مسئله»، نقطه عطفی در جلب توجه جامعه آموزش ریاضی به طرح مسئله در مقیاس وسیع بود. در این کتاب، نویسندگان تکنیک ها و شیوه های تفکر آموزشی را تعریف کردند، آنها در کتاب خود، دانش آموزان را تشویق و حمایت کردند تا با ترکیب موردی مرتبط با طرح مسئله دانش آموزان، بتوانند به طرح مساله بپردازند.

پژوهش (Kilpatrik (1987) در مورد طرح مسئله را می توان به عنوان اولین استدلال مرتبط با پژوهش در مورد طرح مسئله (به نقل از Liljedahl & Cai (2012) در نظر گرفت. (1987) Kilpatrik استدلال می کند که طرح مسئله نه تنها باید به عنوان یک هدف از تدریس بلکه به عنوان یک رویکرد تدریس نیز در نظر گرفته شود و داشتن تجربه طرح مسائل ریاضی خود باید بخشی از آموزش هر دانش آموز باشد. (National Council of Teachers of Mathematics (2000) اشاره به اهمیت طرح مسئله برای آسان تر کردن یادگیری دانش آموزان، فراخوانی مشخص و بدیع ارائه داد مبنی بر اینکه از دانش آموزان خواسته شد تا در کلاس های ریاضی فرصت های طرح مسئله را ایجاد کنند. این فراخوان منجر به گسترش سریع تر ایده طرح مسئله در جامعه آموزش ریاضی شده است. مطالعات انجام شده در مورد این موضوع در طول زمان گسترش یافته و شامل جنبه هایی مانند رابطه طرح مسئله با حل مسئله، راهبردهای حل مسئله دانش آموزان، چگونگی تسهیل طرح مسئله در کلاس های درس توسط معلمان، و اینکه چگونه طرح مسئله می تواند به مفهومی دانش آموزان کمک کند، می باشد. (Silver (1994) طرح مسئله را در سه دسته بررسی کرد: قبل، حین و بعد از راه حل. در دسته طرح مسئله قبل از راه حل، طرح مسئله مربوط به موقعیت داده شده، وجود دارد. در مقوله طرح مسئله در حین حل، مسئله جدیدی ایجاد می شود که مربوط به مساله ای است که حل شده است. در مقوله طرح مسئله

پس از راه حل، بازنویسی مسئله با تغییر اهداف یک مساله حل شده قبلی، وجود دارد (به نقل از Cai et al., 2013).

Christou et al. (2005) یک مدل طرح مسئله شامل چهار فرآیند را پیشنهاد کردند. اینها نسخه هایی بودند که در آن، می‌خواستند با دادن هر موقعیتی، مساله ایجاد شود: انتخاب؛ که در آن می‌خواهیم یک مسئله جدید بر اساس پاسخ داده شده مطرح شود. درک؛ که در آن یک مسئله با استفاده از عملیات ریاضی مطرح می‌شود، و فرآیندهای تبدیل؛ که در آن یک مسئله با استفاده از نمایش های بصری مطرح می‌شود. در این بین، معلم در کلاس درس باید به تمام نیازهای فردی دانش آموزان توجه نماید. او نمی‌تواند تسلط و کنترل کافی بر این موضوع داشته باشد به دلایل محیطی و .... لذا برای رفع تمام نیازهای یادگیری دانش آموزان باید از خود دانش آموزان در فرآیند یادگیری استفاده کرد. این موضوع در حیطه تعاملات دانش آموز با دانش آموز است. از الگوی های آموزشی که می‌تواند میزان تعاملات و مشارکت دانش آموزان را ارتقا بخشد، الگوی مشارکتی جیگساو است. الگوی تدریس جیگساو، اولین بار توسط Aronsen et al. (1978) در محیط آموزشی - فرهنگی طراحی و معرفی شد. در این الگوی تدریس، یادگیرندگان، در بخشی از موضوعات آموزشی در مدرسه که موظف به یادگیری هستند، مهارت کامل به دست می‌آورند و توانایی این موضوع را بدست می‌آورند که بتوانند آموخته های خود را به سایر اعضای گروه خود در کلاس آموزش دهند و شیوه های تفکر و ذهنیات خود را با دیگران به اشتراک بگذارند. این عمل می‌تواند انگیزه تلاش و رقابت را بین دانش آموزان فراهم آورد. اگرچه نتایج تلاش و ذهنیات هر دانش آموز در این الگو با دانش آموز دیگر متفاوت است، اما به همه یادگیرندگان با توانایی های متفاوت به طور یکسان، مسئولیت آموزشی و عملی مورد نظر داده می‌شود تا مدیریت گروه را در دست داشته باشند. در این روش دانش آموزان برای کارکردن روی موضوع درسی که به بخش های مختلف تقسیم شده است، گروه های چند نفری اعم از چهار الی شش نفره تشکیل می‌دهند. برای نمونه با توجه به موضوع پژوهش که در رابطه با حل مسائل جبری است، یک یا چند شکل از عبارات جبری را می‌توان به بخش های گوناگون از قبیل مجموع، تفریق، ضرب و تقسیم عبارات جبری تقسیم کرد. در این الگو، هر یک از دانش آموزان به مطالعه ی بخش مربوط به عبارت جبری می‌پردازد، سپس اعضای گروه های مختلف که بخش های مشترکی از جبر را مطالعه کرده اند، به منظور بحث و تحلیل مساله در مورد عبارات جبری و مسائل کلامی مربوط به آن یک گروه تخصصی تشکیل خواهند داد. سپس، هر یک به گروه خود باز گشته و به جهت آموزش بخش خود در جبر به اعضای گروه در نوبت قرار خواهند گرفت. با توجه به اینکه، تنها راه یادگیری مفاهیم جبری، شنیدن دقیق توضیحات و حل مساله مربوط به مفاهیم جبری، هم گروهی ها است، لذا انگیزه و رغبت در توجه به مفاهیم و کار هم گروه ها در سایر اعضای گروه ارتقا می‌یابد. در الگوی تدریس جیگساو به طور معمول، یادگیرندگان برای مطالعه ی یک بخش از مفاهیم درسی گروه بندی می‌شوند. پس از آن هر یک از اعضای گروه ها یک بخش از

کتاب را بررسی و مطالعه می کند و مسئول و ناظر آموزش آن قسمت به سایر اعضای گروه خود می شود (Behrangi & Aghaari, 2005). الگوی جیگساو یکی از راهبردهای سازمان یافته ای از یادگیری مشارکتی است که می تواند نتایج مطلوبی را از تعامل و همفکری و تشریح مساعی ذهنی دانش آموزان با دانش آموزان همسن خود در کلاس به وجود آورد (Halimah & Sukmayadi, 2019). در واقع، در کلاس هایی که از الگوی جیگساو استفاده می شود، از الگوی مشارکتی - تعاملی - رقابتی پیروی می شود. الگوی جیگساو همانند یک جورچین است. مشارکت هریک از دانش آموزان همانند هر تکه از یک جورچین است که برای تکمیل کردن و فهمیدن کامل مباحث درسی، لازم و ضروری است، پس وجود هر یک از آنها نیز ضروری است و فقدان آنها موجب عدم ساخت یک جورچین یا یک هدف از پیش تعیین شده می شود. تفاوت بارز این الگوی تدریس نسبت به سایر الگوهای یادگیری مشارکتی آن است که یادگیرندگان، گروه های ویژه و تخصصی درباره آن بخش از بحث یا موضوعی که انتخاب کرده اند به جهت یادگیری، تشکیل می دهند و این موضوع فرصت بهتری برای تمرین مهارت مسئولیت پذیری و تلاش برای رسیدن به هدف به صورت تعاملی است (Williams, 2009). بعد از اجرای الگوی تدریس جیگساو، معلم باید به کنترل و پیگیری میزان یادگیری دانش آموزان در موضوع درسی بپردازد. معلم در کلاس جیگساو باید برآورد کند که میزان یادگیری و کیفیت یادگیری اعضای گروه در چه حدی است و چگونه می تواند این نوع یادگیری را ادامه دهد. معلم باید از دانش آموزان بخواهد که به ارزیابی دانش خود با تکیه بر شناخت ویژگی های فردی خود و دیگر اعضای گروه بپردازند و سپس معلم باید در الگوی تدریس جیگساو، اهداف و مباحث یادگیری برای جلسه ی پیش رو را مشخص و جلسه درس را کامل کند (Zare et al., 2010).

الگوی جیگساو که به وسیله ی (Aronsen et al., 1978) طراحی و معرفی شده بود به عنوان الگوی یادگیری مشارکتی بدیع با کاربردی جدید معرفی گردید. با این الگو، یادگیرندگان در بخشی از موضوعات درسی که موظف به یادگیری هستند، مهارت کامل به دست می آورند و سپس آموخته های خود را به سایر اعضای گروه خود می آموزند. در الگوی تدریس جیگساو گرچه نتایج حاصل از تلاش هر فرد با فرد دیگر متفاوت است ولی به همه ی آنها با توانایی های متفاوت به طور یکسان مسئولیت لازم را بر عهده می گیرند، همچنین فردی در آن گروه نقش ناظر یا متخصص را دارد. در این روش یادگیرندگان برای کارکردن روی موضوع درسی که به بخش های مختلف برای چند جلسه تقسیم شده است، گروه های چند نفری چهار الی شش نفره تشکیل می دهند. در این روش هریک از اعضای گروه به مطالعه ی بخش ویژه ی خود می پردازد، سپس اعضای گروه های دیگر که بخش های مشترکی را مطالعه کرده اند، به منظور بحث و بررسی پیرامون مطالب مورد نظر از کتاب درسی، یک گروه تخصصی تشکیل می دهند. پس از آن هر یک به گروه خود باز می گردند و به منظور آموزش بخش خود به اعضای گروه در نوبت قرار خواهند گرفت. از آنجا که تنها راه فراگیری مطالب منتخب، شنیدن و تفکر

در مورد توضیحات هم گروهی هاست، انگیزه ی توجه به مطالب و کار هم گروه ها در سایرین تقویت و ارتقا می یابد (Behrangi, 2010).

Adeoye(2010) بیان کرد که یادگیری مشارکتی یکی از مناسب ترین روش ها برای آموزش علوم پایه است. او تأکید کرد که دوره های روش شناسی در برنامه های تربیت معلم باید به گونه ای سازماندهی شود که امکان ادغام یادگیری مشارکتی در تدریس را فراهم کند. اینگونه بیان شد که برای دستیابی به اهداف آموزش علوم پایه، روش هایی از جمله تشخیص مسئله، حل مسئله، تصمیم گیری، یادگیری تجربی و یادگیری اکتشافی باید در راهبردهای آموزش علوم پایه متمرکز شوند. یادگیری مشارکتی یک مدل آموزشی است که به دانش آموزان کمک می کند تا در گروه های ناهمگن کوچک از نظر متغیرهای مختلف از یکدیگر بیاموزند. الگوی یادگیری مشارکتی در فرهنگ های مختلف، جغرافیای مختلف و در تمامی مقاطع تحصیلی از دبستان تا دانشگاه و در بسیاری از زمینه ها کاربرد دارد (Sharan, 2015). به طور کلی، یادگیری مشارکتی تأثیرات مثبتی بر پیشرفت تحصیلی فراگیران، رشد مهارت های اجتماعی، ویژگی های شخصیتی و متغیرهای روان شناختی دارد. علاوه بر این، بیان شده است که پیامدهای مهمی از یادگیری مشارکتی در توسعه مهارت های شخصی و حرفه ای وجود دارد. تحقیقات بیشتر بر این متمرکز بوده است که کدام کاربردهای یادگیری مشارکتی بر متغیرها و تا چه حد مؤثر است و در چه شرایطی این تأثیرات معتبر هستند. افراد برای انجام تکالیف یادگیری که بر اساس پرسش های باز پاسخ و راه حل از پیش تعیین شده ای نیستند، نیاز به همکاری با دیگران دارند. به این ترتیب یادگیری مشارکتی برای افراد معنادار (منطقی) می شود. دانش آموزان در حین جستجوی راه حل های ممکن برای سوالات و جمع آوری اطلاعات، تلاش های یادگیری و رفتارهای اجتماعی متفاوتی از خود نشان می دهند. در این فرآیند، دانش آموزان ایده های خود را در مورد موضوع تغییر می دهند، درک خود را از موضوع گسترش می دهند و در مورد چگونگی ترکیب داده هایی که جمع آوری کرده اند و برنامه های خود برای انجام یک کار، بحث می کنند. پژوهشگران توصیه داشتند که کار با روش جیگساو یکی از بهترین راه ها برای به فعلیت رساندن این یادگیری و رفتارهای اجتماعی است. هر یک از اعضای تیم مسؤلیت بخشی از موضوع را در روش جیگساو بر اساس کاربردهای یادگیری مشارکتی بر عهده دارند. بنابراین، همه باید در فعالیت های درون گروه شرکت کنند. در نتیجه این مشارکت فعال، هر یک از اعضای گروه قادر به یادگیری مفاهیم اصلی می شوند. در این الگو، مسؤلیت مشترک و تعامل، احساسات مثبت تر نسبت به تکالیف و افراد دیگر ایجاد می شود، روابط بهتر بین گروهی به وجود می آید و به تصویر بهتری از خوشتن برای دانش آموزان با پیشرفت تحصیلی ضعیف منجر می شود (Karacop, 2017).

طرح مسئله به دانش آموزان اجازه می دهد تا ماهیت مسائل ریاضی را تجربه کنند. مطالعه ای که توسط Liljedahl & Cai(2021) انجام شد، بر دانش آموز کلاس دوم متمرکز بود، نشان داد که پاسخ های مسئله ساز- طرح مساله- به دسترسی غیررسمی به فرآیندهای فکری، درک و عملکرد

دانش‌آموزان کمک می‌کند. می‌توان گفت که مطالعه‌ای که امکان استفاده از طرح مسئله برای درک مفاهیم ریاضی را بررسی کرد، موفقیت آمیز بود. این نشان می‌دهد که طرح مسئله، جایگزین خوب، ممکن، و انعطاف‌پذیری برای ارزیابی فردی است و استفاده از آن ممکن است به معلمان در هدف قرار دادن کاستی‌های خاص در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان کمک کند. با این وجود، طبق گفته‌های Cai & Hwang (2020) اگرچه اکثر نتایج حاصل از اینکه دانش‌آموزان می‌توانند مسائل ریاضی هیجان‌انگیز و امیدوارکننده طرح کنند، حمایت می‌کند، بیشتر این مسائل از نظر شناختی چالش‌برانگیز نیستند و ذاتاً در کتاب‌های درسی، طرح شدند. به گفته Christidamayani & Kristanto (2020) طرح مسئله یکی از رویکردهایی است که می‌تواند فعالیت دانش‌آموزان را در فرآیند یادگیری ریاضی افزایش دهد. در مطالعه‌ای که توسط آنها انجام شد، دانش‌آموزان تأثیرات مثبت بیشتری در انگیزه خود در یادگیری ریاضیات و در نتیجه بهبود اثربخشی آموزش و یادگیری ریاضیات نشان دادند. با این حال، نتایج نشان داد که تأثیر ناچیزی بر پیشرفت یادگیری دانش‌آموزان دارد. یکی از چالش‌های احتمالی برای این موضوع، فقدان تجربه کافی دانش‌آموزان در طرح مسئله است. بنابراین، این نتیجه می‌شود که دانش‌آموزان باید فرصتی برای طرح مسائل خود در ریاضی داشته باشند. این مهم نیاز به تفکر عمیق دارد. از این رو تفکر انتقادی دانش‌آموزان در طرح مساله نیز بهبود می‌یابد (Arikan & Unal, 2015). معلمان نقش مهمی در فعالیت‌های طرح مسئله ایفا می‌کنند. دانش‌معلم مانند دانش‌موضوعی و دانش‌محتوای آموزشی، تأثیر مهمی بر درک و پیشرفت ریاضی دانش‌آموزان داشته است، بنابراین، دانش‌معلم در طرح مسئله باید مورد توجه و توسعه قرار گیرد تا موفقیت دانش‌آموزان در فعالیت‌های طرح مسئله و ریاضی بهبود یابد (Lee et al., 2018). عملکرد و شایستگی و دانش‌معلم در استفاده و آموزش طرح مسئله از عوامل تأثیرگذاری است که می‌تواند بر درک مفهومی دانش‌آموزان در طرح مسئله تأثیر بگذارد. بهبود دانش مفهومی در طرح مسئله، باید با تلاش معلمان برای افزایش کیفیت تدریس همراه باشد. با پیشرفت سریع اخیر در مورد طرح مسئله ریاضی، مفاهیم طرح مسئله نیز توسعه یافت. Liljedahl & Cai (2021) سه دیدگاه را در طرح مسئله ارائه کردند: به عنوان یک فعالیت شناختی، یک هدف یادگیری و یک رویکرد آموزشی. این توسعه مفهومی به تحقیقات پیشرفته در آموزش ریاضیات ادامه یافت. Baumanns & Rott (2021) چارچوبی را برای توصیف فعالیت‌های طرح مسئله ایجاد کردند که سه ساختار نظری از تحقیقات در مورد طرح مسئله، حل مسئله و روانشناسی را به هم مرتبط می‌کند: (۱) طرح مسئله به عنوان فعالیتی برای ایجاد مساله‌های جدید یا فرمول بندی مجدد مسائل داده شده، (۲) مسائل در حال ظهور در طیف بین مسائل معمول و غیر معمول و (۳) رفتار فراشناختی در فرآیندهای طرح مسئله. در میان مفاهیم مختلف بالا، این دیدگاه اصلی که طرح مسئله برای پرورش تفکر ریاضی دانش‌آموزان مهم می‌باشد، برقرار است. از لحاظ تاریخی، تعریف سیلور به طور گسترده پذیرفته شده بود که طرح مساله به عنوان یک فعالیت شناختی از فرمول بندی مجدد مسائل داده شده یا ایجاد

مسائل جدید تعریف می شود. طرح مسئله می تواند قبل از هر حل مساله ای رخ دهد. این تعریف، مساله ای را که به عنوان ویژگی فعالیت خلاقانه یا توانایی استثنایی ریاضی مطرح می شود را برجسته می کند و به طور گسترده در جامعه تحقیقاتی پذیرفته شده است. با این حال، با تجمیع تحقیقات در مورد طرح مسئله، لازم است این تعریف اصلاح شود تا جلوه های مختلف طرح مسئله را در برگیرد.

در همین راستا، (Baumanns & Rott, 2021) چنین بیان کردند: «با طرح مسئله در آموزش ریاضی، به چندین نوع فعالیت مرتبط اشاره می کنیم که مستلزم حمایت معلمان و دانش آموزان در فرمول بندی (یا فرمول بندی مجدد) و بیان یک مسئله یا تکلیف بر اساس یک موضوع خاص است.» (ص ۲). در این تعریف، طرح مسئله فراگیرتر می شود. این ابعاد چندگانه طرح مسئله ریاضی را نشان می دهد، نقش معلمان و دانش آموزان را در فرآیند طرح مسئله توصیف می کند و اهمیت زمینه مساله را برای طرح مسئله برجسته می کند. پژوهشگران توضیح جامعی از موقعیت های مختلف مورد استفاده برای طرح مسئله ارائه کردند. با بررسی ۲۷۱ موقعیت بالقوه برای طرح مسئله از ۲۴۱ مقاله جمع آوری شده به طور سیستماتیک در مورد طرح مسئله؛ موقعیت ها/مساله ها از سه جنبه تعریف شدند: (۱) سطوح باز بودن موقعیت/مساله؛ (۲) موقعیت ها/مساله ها به دسته های آزاد، نیمه ساختار یافته و ساختار یافته اختصاص داده می شوند؛ (۳) برای موقعیت ها/مساله های ساختار یافته، آنها بر اساس اینکه آیا آنها مسائل معمولی یا غیر معمولی هستند، طبقه بندی می شوند. بسیاری از مطالعات این ادعا را تایید کردند که هم معلمان پیش از خدمت و هم معلمان ضمن خدمت قادر به طرح مسائل ریاضی جالب و مهم هستند. به عنوان مثال، (Lee et al, 2018) ۸۳ معلم ریاضی مدرسه ابتدایی را از نظر کاربرد تعداد کل مسائل مطرح شده، طرح مسائل مناسب، سطوح دشواری و سطوح انعطاف پذیری مساله ها مورد بررسی قرار داد. آنها دریافتند که بیشتر معلمان قادر به طرح مسائل جذاب هستند. به طور مشابه (Cai et al, 2013) در مطالعات مداخله ای، گزارش کردند که کارگاه طرح مسئله، پتانسیل زیادی در تقویت طرح مسئله معلمان دارد. چند مطالعه دیگر در سال های اخیر توسط پژوهشگران نیز، این اجماع رو به رشد را پشتیبانی می کنند. تحقیقات، دیدگاه های متعددی را در مورد طرح مسئله و اهمیت آن در زمینه آموزشی توضیح دادند. از طرف دیگر، مطالعات بر روی یک حوزه خاص از آموزش ریاضیات، عمدتاً در بخش مفاهیم پایه متمرکز بود. نتایج حاصل از این مطالعات نشان می دهد که کمبود دانش در طرح مسئله عملکرد معلمان مشاهده می شود. به طور مشابه، (Guo et al, 2020) از معلمان پیش از خدمت خواستند تا مسائلی را که حاوی برخی از داده های داده شده (یعنی مفاهیم مربوط ریاضی) باشد، مطرح کنند. تجزیه و تحلیل مسائل مطرح شده توسط معلمان پیش از خدمت، کمبودهایی را در درک مفهومی آنها از ریاضی نشان داد. نتایج حاصل از این مطالعات روی هم رفته، به طرح مسئله به عنوان یک حوزه مشکل ساز توسعه حرفه ای برای معلمان ریاضی اشاره می کند.

Mirsafi (2023) در پژوهشی در ارتباط با مقایسه روش تدریس مشارکتی و روش تدریس سنتی در یادگیری درس زیست شناسی دانش‌آموزان با بررسی در میان ۳۰ دانش‌آموز سال یازدهم رشته تجربی نشان دادند که در مقایسه و برآورد بین دو روش تدریس مشارکتی و سنتی، در پیشرفت تحصیلی تفاوت معناداری مشاهده شد، اما میان آن دو روش تدریس در انگیزه پیشرفت تفاوت معناداری دیده نشد. به نظر می‌رسد روش تدریس مشارکتی نسبت به روش سنتی در افزایش یادگیری دانش‌آموزان تأثیر دارد.

Raiepour & Rahmani (2021) در پژوهشی در ارتباط با جایگاه طرح مسئله در کتاب‌های درسی ریاضی دوره آموزش عمومی با بررسی کتب ریاضی پایه اول تا نهم در سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۹ به این نتیجه رسیدند که در مجموع ۹ کتاب مورد بررسی، چهل موقعیت طرح مساله وجود دارد که بیش از نیمی از آنها در سه سال دوم ابتدایی است و تقریباً شش درصد را موقعیت‌های نیمه ساختار یافته تشکیل می‌دهند. مقایسه بین تعداد فعالیت‌های مبتنی بر طرح مساله و فعالیت‌های حل مساله در کتاب‌های درسی ریاضی در آن سال تحصیلی نشان می‌دهد که مولفان و تدوینگران کتاب‌های درسی ریاضی، توجه کمی به فعالیت‌های طرح مساله و ایجاد موقعیت‌های طرح مساله داشتند و این فقدان مشاهده شد. (Garshasbi et al. (2019) در پژوهشی در ارتباط با اثرات یادگیری مشارکتی در انگیزش و عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان با بررسی ۵۴ نفر از دانش‌آموزان دوره متوسطه و پیاده‌سازی الگوی مشارکتی، به این نتیجه دست یافتند که اجرای الگوی مشارکتی می‌تواند میزان همیاری و خودارزشیابی در محیط کلاس را در یاددهی-یادگیری درس هندسه افزایش دهد. (Behrangi & Moradi در پژوهشی در ارتباط با بررسی خودراهبری دانشجویان در استفاده از تدریس به شیوه جیگساو با بررسی در میان ۵۰ دانشجوی درس فلسفه تعلیم و تربیت دانشگاهی به این نتیجه رسیدند که استفاده از تدریس به صورت جیگساو به دلیل ایجاد تعاملات منسجم به صورت گروهی می‌تواند در خودراهبری دانشجویان در یادگیری مفاهیم جدید درس فلسفه تأثیر گذار باشد. (Moosanejad (2013) در پژوهشی در ارتباط با بررسی اثربخشی خلاقیت و عملکرد ریاضی بر توانایی طرح مساله ریاضی دانش‌آموزان دریافت که بین توانایی طرح مساله با حل مساله و خلاقیت رابطه معنی‌داری مشاهده می‌شود. معلمان می‌توانند با استفاده از فعالیت‌های مبتنی بر طرح مساله، میزان خلاقیت دانش‌آموزان را افزایش دهند.

Polat & Özkay (2023) در پژوهشی در ارتباط با بررسی تأثیر فعالیت‌های یادگیری فعال مبتنی بر مسئله بر مهارت‌های طرح مسئله و پیشرفت حل مساله دانش‌آموزان با بررسی ۴۸ دانش‌آموز پایه ششم ابتدایی نتیجه گرفتند که اگرچه مداخله از نظر آماری معنی‌دار نبود، اما افزایش میانگین نمره حل مسئله در گروه‌های آزمایشی بیشتر از گروه کنترل بود. نمرات طرح مسئله پیش و پس از آزمون گروه آزمایش با سطح اثر بالا از نظر آماری تفاوت معنی‌داری داشت. (Kaur & Rosli (2021) در

پژوهشی در ارتباط با طرح مساله در آموزش ریاضی با بررسی یک —رور نظامند از سال های 2015 الی 2020 دریافتند که اکثریت معلمان مشکلات مفهومی در طرح مساله دارند و این موضوع در دانش آموزان آنها نیز دیده می شود. در بیشتر مواقع در طرح مساله دچار خطاهای محاسباتی و بدفهمی شدند. Zamil Abed et al. (2020) در پژوهشی در ارتباط با پیش بینی تاثیر اجرای راهبرد جیگساو در پیشرفت تحصیلی دانش آموزان در درس ریاضی با بررسی ۸۰ دانش آموز دوره راهنمایی نشان دادند که استفاده از الگوی جیگساو در تدریس ریاضی می تواند تاثیراتی مثبتی در یادگیری دانش آموزان داشته باشد و نگرش و انگیزه آنها را برای یادگیری ریاضی ارتقا دهد. (Kul & Çelik (2020) در پژوهشی در ارتباط با تاثیر استراتژی های طرح مساله بر یادگیری ریاضی دانش آموزان از رویکرد متآنالیز استفاده کردند. ۲۰ تحقیق تجربی منتشر شده بین سال های 2000 تا 2020 در این پژوهش انجام گرفت و ۳۱ مورد از کارایی طرح مساله محاسبه شده است. بر اساس مدل اثرات تصادفی، مشخص شد که راهبرد طرح مسئله بر مهارت های حل مسئله، پیشرفت ریاضی، سطح مسائل مطرح شده و نگرش به ریاضیات دانش آموزان تأثیر بسزایی دارد. (Wang (2016) در پژوهشی در ارتباط با بررسی تاثیرات یادگیری مشارکتی مطابق با الگوی جیگساو در میان دانشجویان دانشگاه، نشان داد که اجرای الگوی مشارکتی- جیگساو می تواند در انگیزش و پیشرفت تحصیلی دانشجویان دانشگاه تاثیر گذار باشد و اجرای این الگو، میزان تعاملات بین استاد و دانشجو را افزایش می دهد.

با توجه به اهمیت مشارکت و تعاملات در کلاس ریاضی بالاخص در دوره متوسطه و از آنجایی که مفاهیم و مباحث جبری و غیرجبری در کتب ریاضی دوره متوسطه پایه ای برای یادگیری مفاهیم ریاضی در دوره های آتی تحصیلی همچون دانشگاه است، توجه به آموزش کارآمد در این مورد اهمیت دارد زیرا مفاهیم جبری و غیرجبری در علوم مختلف اقتصادی، صنعتی، مالی و ... قابلیت استفاده دارند. با توجه به این مهم، پژوهشگر به دنبال بررسی و پاسخ این سوال است که آیا اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله نسبت به روش سنتی در یادگیری مفهوم معادلات جبری، گویا و گنگ دانش آموزان دختر پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک اثربخش است؟

### روش شناسی پژوهش

پژوهشگر برای بررسی فرضیه پژوهش از روش نیمه تجربی استفاده می کند. پژوهشگر به منظور کشف روابط علت و معلولی یک یا چند گروه را به عنوان گروه تجربی تحت شرایط خاص (متغیر مستقل) قرار می دهد و نتایج را (متغیر وابسته) با گروه و یا گروه های گواه که تحت چنان شرایطی نموده اند، مقایسه می کند. هنگامی که انتخاب افراد تحت تجربه بصورت تصادفی ممکن نباشد و یا نتوان متغیرهای مستقل را کاملا دستکاری و یا در آنها مداخله نمود، از روش پژوهش نیمه- تجربی استفاده می شود. لذا پژوهشگر در صدد است تا در گروه آزمایش، دانش آموزان از روش یادگیری مبتنی بر جیگساو با طرح

مساله، مبحث معادله جبری، گویا و گنگ از مفاهیم حسابان ۱ را آموزش بینند و در گروه کنترل، آموزش به شیوه سنتی انجام گیرد.

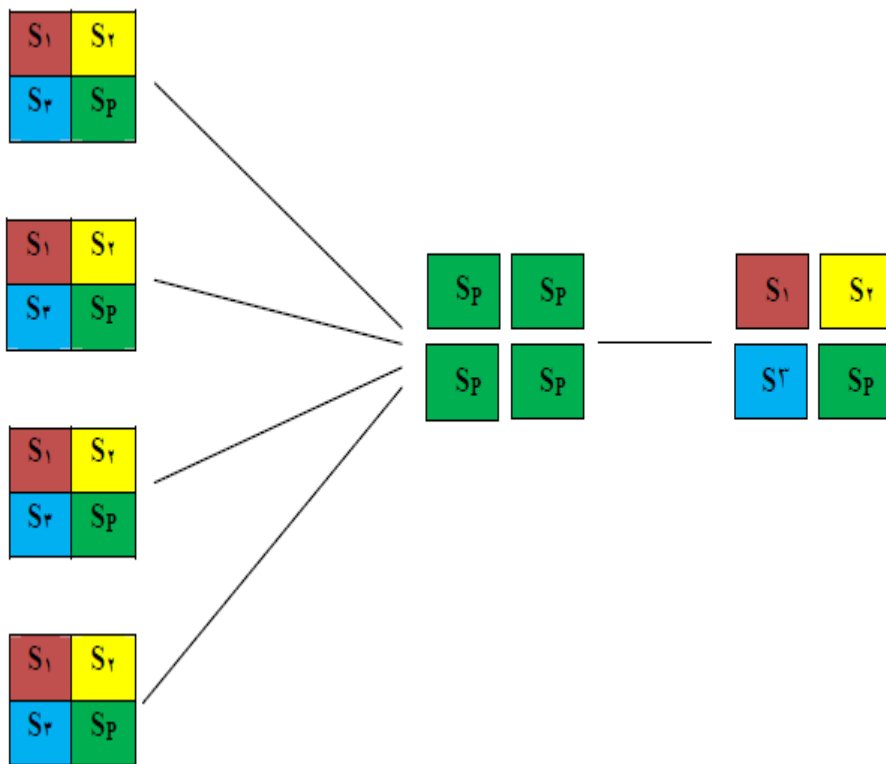
**جامعه، مشارکت کنندگان و روش انتخاب آن ها:** با توجه به اجرای اقدام پژوهی پژوهشگران در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲، جامعه آماری؛ دو مدرسه دوره دوم متوسطه دخترانه در شهری واقع در استان تهران در نظر گرفته شد. به دلیل کم بودن دانش آموزان رشته ریاضی فیزیک در مدارس ناحیه منتخب، با روش نمونه گیری در دسترس، دو کلاس از هر مدرسه در رشته ریاضی فیزیک برای درس حسابان ۱ انتخاب شدند. لذا تعداد نمونه های مورد نظر ۶۶ دانش آموز بود. پیش از اقدام پژوهی، پژوهشگران میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان در پایه دهم را بررسی کردند. ملاک ورود نمونه ها به پژوهش، میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان دختر هر دو کلاس در هر دو مدرسه، متوسط رو به بالا بود؛ به عبارتی، معدل نمرات ریاضی آنها در سال دهم، بین ۱۶/۵ الی ۱۷/۵ بود و ملاک خروج از پژوهش، نمونه هایی بودند که معدل نمرات ریاضی آنها در سال دهم پایین تر از ملاک فوق باشد.

**ابزار اندازه گیری:** با توجه به فرضیه پژوهش، از آزمون ریاضی محقق ساخته مبتنی بر نظرات و ایده های کارشناسان آموزش ریاضی و معلمان باسابقه دوره دوم متوسطه استفاده گردید. این آزمون ها ۲۰ سوال با بارم کل بیست نمره ای بودند. در ابتدا سوالات طراحی گردید و پس از تایید و اصلاحات با شاخص روایی محتوایی (CVI) به ۲۰ سوال قطعی دست یافته شد. پیش از اجرا و انجام کار پژوهشی با استفاده از ابزارهای اندازه گیری نیاز است که پژوهشگر از طریق علمی، اعتماد لازم را نسبت به روایی ابزار مورد نظر و معتبر بودن آن، پیدا کند. روایی عبارت است از توانایی ابزار مورد نظر در اندازه گیری صفتی که ابزار برای اندازه گیری آن طراحی شده است و شامل روایی صوری، روایی محتوای، روایی سازه، روایی پیش بینی و ... می باشد. در این پژوهش از شاخص CVI جهت بررسی شاخص روایی محتوا از روش Waltz & Bausell (1983) استفاده می شود. حداقل مقدار قابل قبول برای شاخص CVI برابر ۰/۷۰ است و اگر شاخص CVI گویه ای کمتر از ۰/۷۰ باشد، آن گویه بایستی حذف شود. لذا با توجه به نظرات پنج نفر از دبیران ریاضی با سابقه بالای ۱۵ سال و اساتید آموزش ریاضی، برای غالب سوال های آزمون محقق ساخته ریاضی مقدار ۰/۸ بدست آمد که با توجه به شاخص CVI، روایی محتوایی آزمون ریاضی مورد تایید است. به جهت بررسی پایایی آزمون ریاضی از روش دو نیمه کردن استفاده شد. بدین منظور، از نرم افزار آماری به جهت بررسی و سنجش پایایی از ضریب دو نیمه کردن<sup>۲</sup> استفاده گردید. پایایی به مقدار ۰/۷۸ بدست آمد.

<sup>۱</sup> Content Validity Index  
<sup>۲</sup> Split-half coefficient

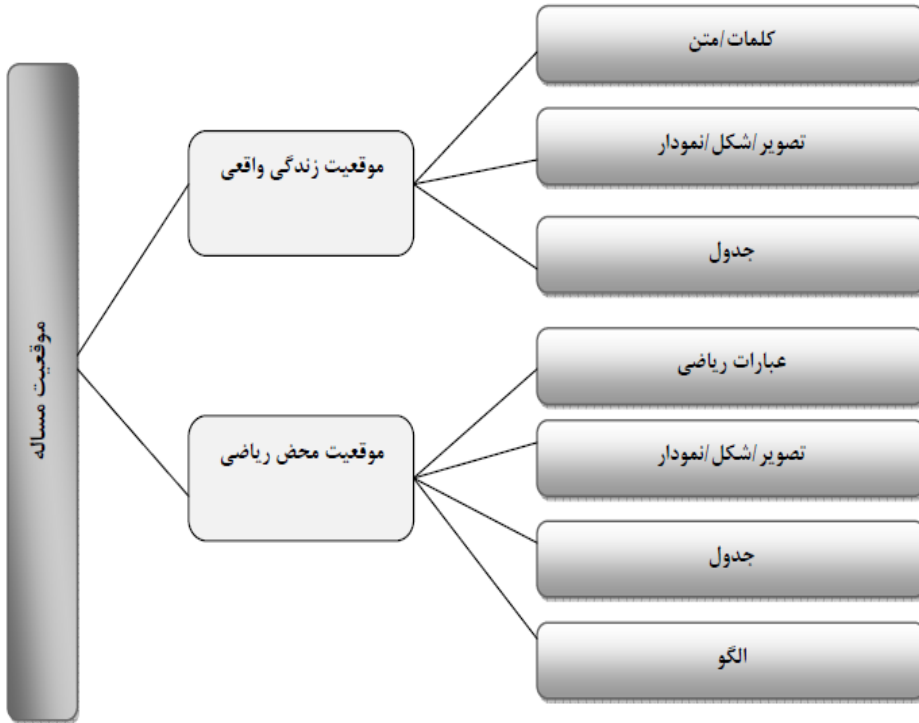
**روند اجرای الگوی ترکیبی آموزش:** در اجرای پژوهش، پژوهشگر در ابتدا دو گروه را به طور تصادفی به گروه آزمایش و کنترل تقسیم بندی کرد. در گروه کنترل، شیوه آموزشی به همان صورت سنتی اجرا می گردید و در گروه کنترل و آزمایش، در ابتدا پیش آزمون ریاضی بعمل آمد. سپس، پژوهشگر برای گروه آزمایش، مبحث «معادلات جبری، گویا و گنگ» از کتاب حسابان ۱ مطابق با روش های جیگساو با طرح مساله پیاده سازی کرد. در گروه آزمایش آموزش به شیوه جیگساو توام با طرح مساله انجام می گیرد. آموزش مبتنی بر الگوی جیگساو مطابق اصول زیر پیاده سازی می شود. در الگوی جیگساو شرکت هر یک از دانش آموزان مانند هر تکه از قطعات یک پازل برای تکمیل کردن و فهمیدن کامل ماحصل و نتیجه، ضروری است. مراحل آموزش به روش جیگساو (شکل ۱ را ببینید: دانش آموز عادی: S – دانش آموز متخصص: SP) به شرح زیر است:

- گروه بندی کلاس به گروه های ۵ الی ۶ نفری
  - تقسیم بندی مطالب مربوط به «معادلات جبری، گویا و گنگ» بین افراد هر گروه
  - تشکیل گروه های تخصصی (همیارها) از دانش آموزانی که در گروه های مختلف در مورد مبحث مورد نظر پژوهش کرده اند و تبادل اطلاعات بین آنها ارائه ی هر قسمت از مطالب توسط گروه تخصصی مربوطه
  - ابلاغ به سایر دانش آموزان بصورت کنفرانس گروهی و انفرادی در حیطه موضوع مربوطه
  - دخالت و راهنمایی پژوهشگر در صورت لزوم هنگام ارائه مطالب توسط گروه ها
  - برگشت افراد گروه تخصصی به گروه های اصلی و رفع اشکالات بقیه دانش آموزان گروه اصلی
- در زمینه مبحث مورد نظر
- در مرحله اجرای روش «طرح مساله» در گروه آزمایش، به صورت زیر عمل می شود:
- مطابق با دیدگاه Cai et al. (2022) بسته به هدف کار و موقعیت مساله ساز، می توان انواع مختلفی از موارد را در نظر گرفت. برخی از دستورات اجرای طرح مساله عبارتند از:
- تا حد امکان مسائل ریاضی را مطرح کنید.
  - مساله هایی را در سطوح مختلف دشواری مطرح کنید (برای مثال: یک مساله آسان، یکی را مطرح کنید- مساله نسبتاً دشوار و یک مساله دشوار).
  - با توجه به یک مسئله نمونه، مساله های مشابهی را مطرح کنید (یا مساله هایی که از نظر ساختاری متفاوت هستند).



شکل ۱. الگوی کلی جیگساو در اجرای پژوهش

مطابق با این دستور العمل و شکل ۲، برای اقدام پژوهی در این پژوهش از بخش دوم این شکل استفاده گردید. لذا با تکیه بر موقعیت مبتنی بر زندگی واقعی در ریاضی، از دانش آموزان خواسته شد تا بر اساس نمونه های مساله ای در کتاب حسابان ۱ در سه مورد مذکور، مساله ای را طراحی کنند که شامل عبارت ریاضی، یا مبتنی بر شکل/نمودار یا جدول یا الگو باشد. رویکرد جدید و آموزش سنتی حدود ۱۵ جلسه در هر گروه و هر جلسه به مدت ۵۰ دقیقه به طول انجامید. برای بررسی عملکرد دانش آموزان دو گروه، از آزمون های ریاضی محقق ساخته هنجاریابی شده استفاده گردید. در گروه کنترل، آموزش به شیوه سنتی - معمول اجرایی گردید.



شکل ۲. الگوی کلی طرح مساله در اجرای پژوهش

### یافته ها

در بخش تجزیه و تحلیل داده ها، پژوهشگر سعی می کند تا در دو بخش کمی و کیفی، داده ها را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهد. در بخش کمی از شاخص های مرکزی و پراکندگی برای آمار توصیفی و از آزمون تی نمونه های مستقل برای آمار استنباطی استفاده گردید.

جدول ۱. آمار توصیفی

پس آزمون گروه آزمایش	پس آزمون گروه کنترل	پیش آزمون گروه آزمایش	پیش آزمون گروه کنترل	گروه ها شاخص ها
۳۴	۳۲	۳۴	۳۲	تعداد شرکت کننده
۱۵/۳۹	۱۱/۵۶	۱۲/۷۵	۱۲/۶۸	میانگین
۲/۶۳	۲/۶۹	۳/۰۰	۳/۴۵	انحراف معیار

طبق نتایج جدول ۱ نشان داده می شود که میانگین پیش آزمون ها در عملکرد ریاضی قبل از تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله تفاوت چشمگیری ندارد. ولی پس از تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، بین میانگین های عملکرد ریاضی در پس آزمون های تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله تفاوتی چشمگیر وجود دارد و عملکرد ریاضی در اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله برای حل معادلات جبری، گویا و گنگ افزایش یافته است. پایین ترین پراکندگی مربوط به پس آزمون گروه آزمایش است. به جهت یافتن آزمون های مناسب آماری در بخش آمار استنباطی، نیاز است تا نرمال بودن داده ها بررسی شوند. نتایج زیر، نرمال بودن یا نبودن، داده ها را نشان می دهد:

## جدول ۲. نتایج آزمون کلموگروف اسمیرنوف

مقدار P	آماره آزمون	شاخص ها گروه ها
۰/۸۲	۰/۶۳	پیش آزمون عملکرد ریاضی گروه کنترل
۰/۳۴	۰/۹۳	پیش آزمون عملکرد ریاضی گروه آزمایش
۰/۰۹	۱/۲۳	پس آزمون عملکرد ریاضی گروه کنترل
۰/۵۹	۰/۷۶	پس آزمون عملکرد ریاضی گروه آزمایش

از آزمون کلموگروف- اسمیرنوف در جدول ۲ برای نرمال سنجی داده های مربوط به متغیر عملکرد ریاضی استفاده شد. نتایج این آزمون نشان داد که داده های مربوط به پاسخ ها نرمال هستند ( $P > 0.05$ ). بنابراین، لازم است جهت بررسی رابطه بین این متغیرها، از آزمون پارامتریکی تی برای نمونه های مستقل استفاده شود. این فرضیه مطرح گردید:

فرضیه: اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله نسبت به روش سنتی در یادگیری مفهوم معادلات جبری، گویا و گنگ دانش آموزان دختر پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک در شهرری اثربخش است.

با توجه به نرمال بودن داده ها در پیش آزمون های تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، به منظور انجام این آزمون فرضیه پژوهش، از آزمون لون و تی برای نمونه های مستقل استفاده می شود که بدین شرح است:

جدول ۳. نتایج آزمون لون در پیش آزمون ها

متغیر	شاخص ها	آماره آزمون	P- مقدار
عملکرد ریاضی		۱/۱۲	۰/۳۹

یافته های جدول ۳ برای بررسی واریانس ها نشان می دهد که P- مقدار بدست آمده آزمون لون برای برابری واریانس ها بزرگتر از ۰/۰۵ است ( $0/39 > 0/05$ ). لذا فرض برابری واریانس ها تایید می شود. سپس برای بررسی میانگین های پیش آزمون دو گروه پیش از تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، P- مقدار متناظر با برابری واریانس های در آزمون تی برای نمونه های مستقل در نظر گرفته می شود.

جدول ۴. نتایج آزمون تی برای نمونه های مستقل در پیش آزمون ها

متغیر	شاخص ها	t	درجه آزادی	P- مقدار	تفاوت میانگین
عملکرد ریاضی		-۰/۰۸	۶۴	۰/۹۳	-۰/۰۶

از آنجا که P- مقدار در جدول ۴ این مقدار بزرگتر از ۰/۰۵ است ( $0/93 > 0/05$ )، بنابراین، میانگین داده های پیش آزمون دو روش تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، یکسان هستند. لذا می توان ادعا نمود که عملکرد ریاضی دانش آموزان در پیش از روش تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله یکسان است. سپس، پس آزمون های مربوط به عملکرد ریاضی پس از تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله مورد بررسی قرار می گیرد. با توجه به نرمال بودن داده ها در پس آزمون های تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، به منظور انجام این آزمون فرضیه پژوهش، از آزمون لون و تی برای نمونه های مستقل استفاده می شود که بدین شرح است:

جدول ۵. نتایج آزمون لون در پس آزمون ها

متغیر	شاخص ها	آماره آزمون	P- مقدار
عملکرد ریاضی		۰/۵۴	۰/۴۶

یافته های جدول ۵ برای بررسی واریانس ها نشان می دهد که  $P$ - مقدار بدست آمده آزمون لون برای برابری واریانس ها بزرگتر از  $0/05$  است ( $0/46 > 0/05$ ). لذا فرض برابری واریانس ها در پس آزمون ها تایید می شود. سپس برای بررسی میانگین های پس آزمون دو گروه پیش از تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله،  $P$ - مقدار متنناظر با برابری واریانس های در آزمون تی برای نمونه های مستقل در نظر گرفته می شود.

جدول ۶. نتایج آزمون تی برای نمونه های مستقل در پس آزمون ها

متغیر	t	درجه آزادی	P- مقدار	تفاوت میانگین
عملکرد ریاضی	-۵/۸۴	۶۴	۰/۰۰۰	-۳/۸۳

از آنجا که  $P$ - مقدار در جدول ۶ این مقدار کوچکتر از  $0/05$  است ( $0/000 < 0/05$ )، بنابراین، میانگین داده های پس آزمون دو روش تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، یکسان نیستند. لذا می توان ادعا نمود که عملکرد ریاضی دانش آموزان در پس از روش تدریس سنتی و آموزش ذهن آگاهی با تاکید بر آموزش ریاضی یکسان نیست. از آنجا که تفاوت - سنتی در یادگیری مفهوم معادلات جبری، گویا و گنگ دانش آموزان دختر پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک در شهرری اثربخش است.

### تحلیل کیفی دست نوشته های دانش آموزان پیش و پس از الگوی ترکیبی جیگساو

**با طرح مساله:** در حین اجرای طرح پژوهشی، در ابتدا در هر گروه بر اساس الگوی جیگساو، نوشتن مساله به صورت عددی برای دانش آموزان به نسبت نوشتن مساله های کلامی با ویژگی های متغیر و عدد آسان تر بود. بیشتتر دانش آموزان می توانستند در زمینه «معادله های درجه دوم (بر اساس ویژگی های مربوط به روابط ضرایب و ...)، معادله های گویا و گنگ»، مثال های عددی مطرح کنند. این مثال ها توسط متخصص در هر گروه مطرح می شد. در زمینه های طرح مساله به صورت توصیفی/کلامی، مقوله ای متفاوت مشاهده می شد. به نمونه هایی از دست نوشته ها در پیش و پس از اجرای الگوی ترکیبی توجه کنید: در شکل ۳ همانطور که مشاهده می شود، در حین اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، دانش آموزان در ابتدا با طرح کردن مساله با اقتباس از متن توصیفی مساله های کتاب درسی شروع می کردند. از آنها خواسته شد تا بر اساس این مساله، مساله مشابه با اعداد دیگری طراحی کنید به گونه ای که بتوانید آن را از لحاظ جبری حل کنید. لذا نمونه ای از این دست نوشته ها نشان می دهد که در ابتدای اجرای الگو، منحصرأ از کلمات، متغیرها و نوع چیدمان واژه ها در مساله کتاب اقتباس کرده است. او توانسته است مشابه با مساله کتاب، یک مساله درباره محیط و مساحت مستطیل

## مدیریت بر آموزش سازمانها

مطرح کند تا بر اساس روابط بین ضرایب معادله درجه دوم و ریشه ها، ابعاد مستطیل را بیابد. دانش آموز در این دست نوشته تمام تمرکز خود را بر ساختن واژه به واژه مساله توصیفی گذاشته است و در انتهای حل خود فراموش کرده است که معادله درجه دوم خود را برابر صفر قرار دهد و از نوشتن صحیح معادله درجه دوم غفلت کرده است. در نوشته او بیشتر متغیر و عدد دیده می شود و به نظر می رسد که برای او، طرح مساله ای که مشابه یک مستطیل باشد، دشوار است. او طرح یک مساله رسمی که تمام شرایط موجود برای برقراری معادله درجه دوم باشد را به درستی انجام نداده است. او خود را مخاطب قرار داده است و نوشته: فرض می کنم .....، لذا در حین اجرای الگوی ترکیبی، سعی شد بر این واژه سازی ها بیشتر تاکید شود و انتخاب واژگان و جمله سازی بیشتر تمرین شود.

فرض کنم یک مستطیل مساحتش ۲۰ متر مربع محیطش ۴۰ متر باشد. اندازه عرض، طول مستطیل چقدر است؟

ضرب  $S$        $۲۰ = \text{عرض} \times \text{طول}$       مساحت  
جمع  $P$        $۴۰ = ۲(\text{عرض} + \text{طول})$       محیط

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 20x + 40 = 0$$

### شکل ۳. دست نوشته دانش آموز در حین اجرای الگوی ترکیبی - معادله درجه دوم

در شکل ۴ در زمان اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، دانش آموزان در طرح مساله معادله های گویا چالش بیشتری داشتند. ساختن تناسب و کسری از واحدها در یک مساله کلامی سخت به نظر می رسید. در ابتدا در این چالش قرار گرفتند که چگونه تناسبی را برقرار کنند که در این تناسب مجهول وجود داشته باشد. در مساله ای مشابه در کتاب درسی حسابان ۱، مساله ای کلامی برای طرح معادله گویا مطرح شده است و از دانش آموزان خواسته شد، مشابه آن را با اعدادی دیگری طراحی کنند. در نمونه ای که در شکل ۴ مشاهده می شود، دانش آموز به واحدهای خرید و فروش توجهی نداشته است. از طرفی او به واحد کمی یعنی یک سبد گل یا گلی از سبدهای گل توجه نکرده است. در یک طرف دیگر، در مساله ای او، مشخص نشده است که آقای فروشنده چه مقداری تخفیف داده است. به نظر می رسد، دانش آموز اقتباس عینی از صورت مساله کلامی در کتاب کرده است ولی به واحدها و کمیت ها

توجهی نداشته است و همانطور که مشاهده می شود، ساختار معادله ی او حالت معادله گویا را ندارد! او حتی نتوانسته است، معادله را بدرستی در مسیر مشخصی پیش ببرد. از طرفی دیگر دانش آموزان بیشتر تمایل داشتند اگر در مساله کتاب درسی، اعداد دو رقمی است، همان دو رقمی و اگر سه رقمی است، همان سه رقمی را طراحی کنند. لذا در حین اجرای الگوی ترکیبی سعی گردید، تنوع اعداد در انتخاب عدد مناسب در طرح مساله بیشتر تاکید شود.

ماتریس را بنویسید و ببینید که چه اتفاقی می افتد. او گفت که هر یک از اعداد را بنویسید و ببینید که چه اتفاقی می افتد. او گفت که هر یک از اعداد را بنویسید و ببینید که چه اتفاقی می افتد.

$$N \times 12 = 12$$

$$(N+5)(X-12) = 12$$

$$N \times X - 12 \cdot N + 5X - 5 \times 12 = 12$$

شکل ۴. دست نوشته دانش آموز در حین اجرای الگوی ترکیبی - معادله گویا

می توانیم این معادله را در صورتی بنویسیم که جمع آن با جذرش مساوی هست شود. جواب در دسترس است.

$$X + \sqrt{X} = 7$$

$$\sqrt{X} = 7 - \sqrt{X} \rightarrow$$

$$\sqrt{X}^2 = (7 - \sqrt{X})^2 \rightarrow$$

$$X = 7^2 - 2 \times 7 \times \sqrt{X} + X \rightarrow X^2 - 7X - X + 49 = 0$$

$$X^2 - 8X + 49 = 0$$

درست است

شکل ۵. دست نوشته دانش آموز پس از اجرای الگوی ترکیبی - معادله گنگ

## مدیریت بر آموزش سازمانها

در شکل ۵ مطابق با دست نوشته دانش آموز، پس از یک دوره کوتاه از اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله مشاهده می شود به کمیت ها، واحدها، متغیرها، اعداد توجه بهتری شده است. آنچه که طرح شده است با آنچه که حل شده است، مطابق دارد. دانش آموز تنها توانمندی طرح مساله ای داشته است که معادله ی گنگی را توصیف می کند. در جمله سازی ها، بهتر از قبل، توانسته است جایگاه معلوم و مجهول را مشخص کند اما باز هم در واژه سازی ها به دلیل اهمیت به ترتیب قرار دادن معلوم و مجهول، چالش وجود دارد. او به دنبال پیدا کردن عددی است که در معادله گنگ از لحاظ طرفین سمت چپ و سمت راست تساوی، درستی عبارت اثبات شود. در اینکه دانش آموز خلاقیت/ایده پردازی برای طرح مساله ای با محتوای موضوعی دیگری تلاش کند، در این مثال، دیده نمی شود ولی از لحاظ ساختار، بدرستی طراحی شده است. او در حل این سوال در آزمونی که برگزار شد، هنوز پاسخ خود را بررسی نکرده است. ساختار و سازماندهی حل او تا آخرین مرحله درست است ولی در انتها، معادله را حل نکرده است. باز هم به نظر می رسد، توجه بیشتری به حل عبارت جبری به نسبت حل معادله گنگ دارد. بیشتر دانش آموزان در تلاش هستند تا یک عبارت جبری، یک عبارت گنگ و یک عبارت گویا طرح کنند و کمتر به ایده پردازی برای ساختن مساله ای با واژگان متفاوت و جمله سازی های متنوع توجه دارند.

فرض کنیم یک زمین فوتبال داریم در خواصم این زمین  
 بزرگم. اگر محیط این زمین فوتبال ۱۰۰ متر باشد و ضرایب مطابق  
 نسبت طول و عرض  $\frac{L}{W} = \frac{W+1}{W}$  حل کنیم، طول و عرض زمین را پیدا کنیم

$$2(L+W) = 100$$

$$L+W = 50$$

$$\frac{L}{W} = \frac{W+1}{W} \Rightarrow \frac{L}{50-L} = \frac{W+1}{L} \Rightarrow$$

$$L^2 = 50 \cdot 2 - 50 \cdot L$$

$$L^2 + 50 \cdot L - 2500 = 0$$

$$\Delta = 2500 + 4(2500) = 12500$$

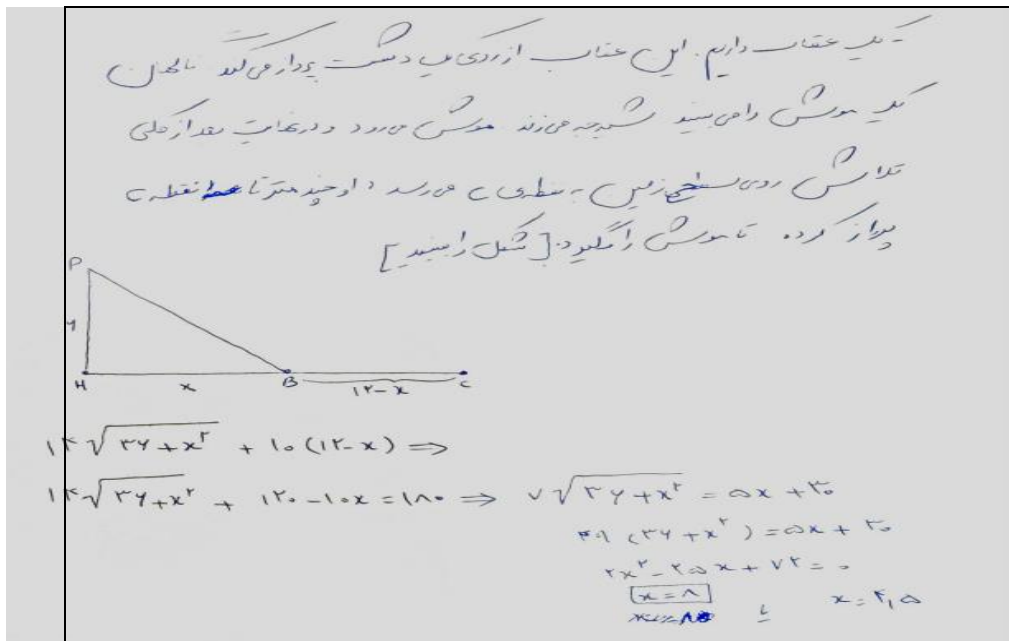
$$L = \frac{-50 + \sqrt{12500}}{2} = 20.9$$

$$L = \frac{-50 - \sqrt{12500}}{2} = -24.9$$

### شکل ۶. دست نوشته دانش آموز پس از اجرای الگوی ترکیبی - معادله گویا

در شکل ۶ همانطوری که مشاهده می شود، نمونه دست نوشته ای پس از اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله نشان داده می شود که در آن مطابق با سوال آزمون از دانش آموز خواسته شده

است تا مطابق با نسبت طلایی به عنوان کاربردی از معادله گویا در مساله های واقعی، مساله ای کلامی مطرح کرده و آن را حل کند. بدین جهت خواسته می شود که دانش آموز بتواند مجهول و معلوم های خود را در مساله به گونه ای طراحی کند که خود بتواند در نهایت به آن پاسخ دهد و اشکالات طرح مساله خود را مشاهده و برطرف سازد. لذا در آموزش الگوی ترکیبی از دانش آموزان خواسته شد، پس از طرح مساله، پاسخ به مساله را نیز بیان کنند. در این مساله دانش آموز با ابتکار مساله مستطیل برای نسبت طلایی را با یک زمین فوتبالی و با ترسیم شکل مطرح کرده است تا بتواند یک مساله واقعی را مطرح کند. اما او به این موضوع توجهی نکرده است که چمن زنی در یک زمین فوتبال نیاز به محاسبه مساحت دارد و نمی توان برای محیط یک مستطیل بکار رود. واژگان در مساله باید به گونه ای باشند که کاربرد ریاضی را به طور درست و دقیق نشان دهد. او می توانست بحث حصار یا خط کشی دور زمین را مطرح کند که به محیط مستطیل ربط داده شود. با این حال او مثال مناسبی را مطرح کرده است و عدد مناسبی را در این مساله مطرح کرده که بتواند نسبت طلایی را با اعداد مثبت برای پیدا کردن ابعاد مستطیل برقرار سازد. او به پاسخ قطعی رسیده است. توجه به همه جنبه های مساله بر اساس انتخاب واژگان، انتخاب اعداد، تعیین معلوم و مجهول و جمله سازی درست در این دست نوشته مشاهده می شود.



شکل ۷. دست نوشته دانش آموز پس از اجرای الگوی ترکیبی - معادله گنگ

در شکل ۷ دانش آموز سعی کرده است بر اساس مساله ای که پیش از این در کتاب برای یک مرغ دریایی بابت طرح معادله گنگ مطرح شده است، مثالی مشابه از لحاظ کلامی طراحی کند. لذا او عقاب و طعمه عقاب را انتخاب کرده است که می تواند ایده پردازی مناسبی داشته باشد. اما او همان اعدادی که از قبل می دانسته برای این مساله انتخاب کرده است، به نظر می رسد که دانش آموز در این ایده پردازی، توانایی کافی برای انتخاب اعداد دیگری را نداشته است و یا واهمه ای از محاسبه جدید در اعداد دارد. انتخاب اعداد باید با کمیت های واقعی رخ دهد. به نظر این کمیت ها برای او واقعی تر است. او در انتخاب واژگان و چگونگی شکار عقاب و پرواز در سطح مماسی زمین برای پیدا کردن موش و گرفتن موش، ایده پردازی مناسبی داشته است. زیرا در دنیای واقعی کمتر موردی همانند مرغ دریایی با صرف انرژی کمتر برای گرفتن طعمه وجود دارد و دانش آموز به این موضوع در کتاب درسی توجه داشته است که عقاب نیز می تواند نمونه ی مناسبی برای طرح مساله باشد. سپس او بر اساس قضیه فیثاغورث و محاسبه آن معادله گنگ را مطرح کرده است و بدان پاسخ داد. با اینکه او میزان مماس شدن پرواز عقاب بر سطح زمین را محاسبه کرده است ولی از اعداد متنوع و موقعیت های فیزیکی دیگری در شکلش استفاده نکرده است.

### بحث و نتیجه گیری

در مطالعه ای که انجام گرفت با تکیه بر فرضیه پژوهشی؛ اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله نسبت به روش سنتی در یادگیری مفهوم معادلات جبری، گویا و گنگ دانش آموزان دختر پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک در شهرری اثربخش است، نتیجه گرفته شد که الگوی ترکیبی ارائه شده در این مطالعه توانسته است بر یادگیری مفهوم معادلات در میان دانش آموزان پایه یازدهم تاثیر گذار باشد. در واقع در این پژوهش با تکیه بر تحلیل های کمی و کیفی نشان داده شد که دانش آموزان، فرآیند طرح مسئله را هم به تولید مسائل جدید و هم به فرمول بندی مجدد توانسته اند پیاده سازی کنند. بنابراین، این مطالعه نشان داد که طرح مساله می تواند قبل، در حین یا بعد از حل یک مساله رخ دهد. دانش آموزان پایه یازدهم در این مطالعه توانستند پس از اجرای مداخله جدید، دانش، علایق و پیشینه قبلی خود را در فرآیند طرح مسئله به کار گیرند. پیش از اجرای مداخله جدید، بیشتر دانش آموزان تجربه محدودی در طرح مسائل ریاضی داشتند. در واقع؛ آنها تجربه کافی در حل مساله دارند ولی چالش عمده زمانی نمود پیدا می کند که بخواهند به طرح مساله بپردازند. همانطور که در بخش تحلیل کیفی، طرح مساله از لحاظ مسائل عددی و کلامی با زیر شاخه هایی از مسائل معمول و غیر معمول همراه بود. لذا توانمندی هر کدام از دانش آموزان در این مقوله متفاوت و بحث برانگیز بود.

نمونه مطالعات پیشین در داخل و خارج از کشور که در بخش مبانی نظری و پیشینه پژوهش نشان داده شدند، در تمام حوزه های طرح مساله، دانش آموزان تجربه کافی و دانش لازم را ندارند. فعالیت های

طرح مسئله به دانش‌آموزان این توانمندی را می‌دهد تا موضوعات ریاضی را از دیدگاه‌های جدید ببینند و به درک عمیق‌تری دست یابند، بین سناریوهای دنیای واقعی و مفاهیم ریاضی ارتباط برقرار کنند، و فرآیندهای شناختی خود را نظارت کنند یا خود تنظیم کنند. دانش‌آموزان پایه یازدهم شرکت کننده در این مطالعه، تجربه کافی پیش از این، در این مقوله نداشتند، زیرا طرح مساله عمل عکس حل مساله است و نیاز به همفکری با گروه همسالان خود دارند، در این پژوهش این موضوع با رویکردی جدید همچون یادگیری از طریق الگوی جیگساو به عنوان یادگیری مشارکتی همراه بود. الگوی جیگساو یک استراتژی یادگیری با برخی از دانش‌آموزان به عنوان اعضای گروه‌های کوچک با سطوح مختلف توانایی است. در انجام وظیفه گروه، هر یک از اعضای گروه دانش‌آموزی، باید با یکدیگر همکاری کنند و در درک موضوع به یکدیگر کمک کنند.

لذا نتایج تحلیل‌های کمی و کیفی در این پژوهش نشان داد که میانگین داده‌های پس‌آزمون دو روش تدریس سنتی و اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله، یکسان نیستند. می‌توان ادعا نمود که عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در پس از اجرای الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله نسبت به روش سنتی یکسان نیست. لذا مشخص شد که اجرای الگوی جیگساو نیز در این مطالعه موفقیت‌آمیز بوده است. یادگیری بدین شیوه در مطالعه اجرا شده، در حقیقت براساس فعالیت دانش‌آموزان در آموزش و به کارگیری روش‌های فعال پایه‌ریزی شده است. یادگیری از طریق جیگساو توأم با طرح مساله فرآیندی است که طی آن دانش‌آموز باید مسئله مورد نظر را مشخص کند، راه‌حلی را در نظر بگیرد، آن‌ها را مورد آزمایش قرار دهد، سپس نتیجه‌گیری کند و نتایج را در موقعیت‌های جدیدتر و ساخت مساله جدید بکار گیرد.

در پژوهش حاضر، در یادگیری با این روش، دانش‌آموز با راهنمایی پژوهشگر و یا بدون راهنمایی او به نتیجه رسید. یادگیری به روش جیگساو با طرح مساله در ریاضی نوعی تفکر جدید بود و هنگامی که اتفاق افتاد، دانش‌آموز پایه یازدهم از اطلاعات موجود خود پا فراتر گذاشت و به بینش و تعمیم جدید با کمک همکلاسی‌های خود با توجه به چیدمان جیگساو دست یافت. در تحلیل‌های کیفی پژوهش حاضر، یادگیری با روش جیگساو با خلق زمینه‌های طبیعی و تعاملی، دانش‌آموزان را به گوش دادن به یکدیگر، پرسشگری و توضیح مسائل فراخواند. این موضوع باعث گردید تا یادگیرندگان از طریق گفتگو و مذاکره، دروندادها را بیشتر بفهمند و با تغییری که در بروندادها ایجاد می‌کنند، یادگیری را برای دیگران قابل فهم‌تر کنند و باعث می‌شود تا دانش‌آموزان به واسطه اعضای گروه، بازخورد بگیرند و مدل‌سازی کنند. در این محیط قبل از اینکه دانش‌آموزان مجبور باشند به سؤال دیگران جواب دهند، فرصت دارند تا اول به خود جواب دهند، و با فهم و آگاهی به گفتگو بپردازند. این موقعیت جدید با کاهش اضطراب و ترس دانش‌آموزان، فرصتی برای تأمل فراهم می‌آورد تا دانش‌آموزان با گرفتن بازخورد با اطمینان و مشارکت فعال در مباحث حسابان حضور یابند.

نتایج حاصل از این یافته ها با نتایج پژوهش (Mirsafi,2023; Garshasbi et al.,2019; Behrangi & Moradi, 2017; Moosanejad, 2013; Polat & Özkaya, 2023; Kaur & Rosli, 2021; Zamil Abed et al., 2020; Wang, 2016) از لحاظ متغیرهای مطرح در پژوهش؛ اجرای الگوی یادگیری جیگساو (مشارکتی) و تاثیرات آن و همچنین پیاده سازی رویکرد طرح مساله همخوانی دارد.

برای انجام پژوهش ها توسط پژوهشگران در حوزه مشابه با نتایج پژوهش، پیشنهادهایی به شرح زیر مطرح می شود:

– دانش معلمان دوره متوسطه در تدریس ریاضی در استفاده از الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله در تدریس مفاهیم هندسه در دوره های مختلف زمانی در یک سال تحصیلی بررسی و ارزیابی شود.

– بر اساس نتایج این پژوهش، طرح و برنامه درسی منطبق با الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله برای درس ریاضی دوره متوسطه توسط پژوهشگران یا دبیران ریاضی طراحی و تدوین شود و به صورت طرح های پیشنهادی، مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج آن به شورای برنامه ریزی کتب درسی ابلاغ گردد.

– برای اجرا و تدریس الگوی ترکیبی جیگساو با طرح مساله توسط پژوهشگران یا معلمان در حوزه مشابه با نتایج این پژوهش، پیشنهاد می شود بر اساس نتایج حاصل از عملکرد دو روش آموزشی جدید، هر روش برای تمام مفاهیم ریاضی پایه یازدهم رشته ریاضی پیاده سازی شود و نتایج قابلیت استفاده و عدم استفاده از هر روش آموزشی ذکر شود تا مشخص گردد که چرا از روش ترکیبی جیگساو با طرح مساله نمی توانیم برای تدریس آن مفهوم استفاده کنیم تا چالش های همان شیوه آموزشی مشخص گردد.

این پژوهش محدودیت هایی داشت؛ از لحاظ موضوعی به مفهوم معادلات جبری و غیرجبری پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک محدود بود و از لحاظ مکانی به یکی از شهرستان های استان تهران و از لحاظ زمانی در بازه زمانی نیمسال اول تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ محدود بود.

### تعارض منافع/حمایت مالی

این پژوهش فاقد تعارض منافع است و بدون حمایت مالی انجام شد.

## تشکر و قدردانی

بدین وسیله از کادر مدرسه و بخش اداری ناحیه ۲ شهرستان ری در استان تهران به جهت همکاری لازم برای انجام اقدام پژوهی تشکر و قدردانی می نمایم.

## منابع

- Adeoye, F.A. (2010). Effects of problem-solving and cooperative learning strategies on senior secondary school students' achievement in physics, *Journal of Theory & Practice in Education (JTPE)*, 6(2), 235-266.
- Arikan, E. E., & Unal, H. (2015). Investigation of problem-solving and problem-posing abilities of seventh-grade students. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15(5), 1403-1416.
- Baumanns, L., & Rott, B. (2021). Developing a framework for characterising problem-posing activities: A review. *Research in Mathematics Education*, 24(1), 28-50.
- Behrangi, M.R., & Aghaari, T. (2005). Transformation caused by collaborative teaching of jigsaw type in the traditional teaching situation of fifth grade students, *Quartely Journal of Educational Innovations*, 3(4), 35-53. [In Persian]
- Behrangi, M.R. (2010). Examining the model of teaching management on education from the perspective of creativity in learning and learning creativity, 3<sup>rd</sup> Iranain Conference on Innovation Management, Tehran, Iran. [In Persian]
- Behrangi, M.R., & Moradi, A. (2017). Studying students' self-directed learning effected by teaching academic subject of the principles and philosophy of education through Management Education With a focus on participatory teaching (Jygsav), *The Journal of New Approaches in Educational Administration*, 8(32), 107-128. [In Persian]
- Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Gfarber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69.
- Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102.
- Cai, J., Koichu, B., Rott, B., Zazkis, R., & Jiang, Ch. (2022). Mathematical Problem Posing: Task Variables, Processes, and products, *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 119-145). PME.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM-Mathematics Education*, 37(3), 149-158.
- Christidamayani, A. P., & Kristanto, Y. D. (2020). The Effects of problem-posing learning model on students' learning achievement and motivation. *Indonesian Journal on Learning and Advanced Education (IJOLAE)*, 2(2), 100-108.

- Garshasbi, A., Fathivajargah, K., Arefi, M. (2019). The effect of teacher assistant cooperative learning and self-evaluation on self-motivation and academic performance of third grade high school students, *The Journal of New Approaches in Educational Administration*, 10(1), 46-68. [In Persian]
- Guo, M., Leung, F. K. S., & Hu, X. (2020). Affective determinants of mathematical problem posing: the case of Chinese Miao students. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 367-387.
- Halimah, L., & Sukmayadi, V. (2019). The role of “Jigsaw” method in enhancing Indonesian prospective teachers' pedagogical knowledge and communication skill. *International Journal of Instruction*, 12(2), 289-304.
- Karacop, A. (2017). The effects of using Jigsaw method based on cooperative learning model in the undergraduate science laboratory practices, *Universal Journal of Educational Research*, 5(3), 420-434.
- Kaur, A., & Rosli, R. (2021). Problem Posing in Mathematics Education Research: A Systematic Review. *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, 10(1), 438-456.
- Kul, Ü., & Çelik, S. (2020). A Meta-Analysis of the Impact of Problem Posing Strategies on Student's Learning of Mathematics. *Revista Românească pentru Educație Multidimensională*, 12(3), 341-368.
- Lee, Y., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2018). Mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content Knowledge in problem posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 75-90.
- Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art, *ZDM-Mathematics Education*, 53, 723-735.
- Mirsafi, F. (2023). Comparison of participatory teaching method and traditional teaching method in learning biology for female students, *The Quartary Journal of Research in Science Education*, 2(6), 56-64. [In Persian]
- Moosanejad, H. (2013). Investigating the effectiveness of creativity and mathematical performance on students' ability to solve mathematical problems, National Conference on Curriculum Change in Education Course, Birjand, Iran. [In Persian]
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Nuha, M. A., Waluya, S. B., & Junaedi, I. (2018). Mathematical creative process wallas model in students' problem posing with lesson study approach. *International Journal of Instruction*, 11(2), 527-538.
- Polat, H. & Özkaya, M. (2023). The effect of problem posing-based active learning activities on problem-solving and posing performance: The case of fractions. *Journal of Pedagogical Research*, 7(1), 67-81.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.
- Raiepour, A., & Rahmani, M. (2021). The Position of Problem-Posing in Compulsory Education Mathematics Textbook, *Journal of Theory & Practice in Curriculum*, 17(9), 91-118. [In Persian]

- Sharan. Y. (2015). Meaningful learning in the cooperative classroom, *International Journal of Primary, Elementary and Early Years Education*, 43(1), 83-94.
- Wang, M. (2016). Effects of Cooperative Learning on Achievement Motivation of Female University Students. *Asian Social Science*, 8(15), 108.
- Williams, B. (2009). Self-direction in Problem based Learning program. *Nurse education Today*. 24, 277 – 285.
- Zamil Abed, A., Abed Sameer, S., Adil Kasim, M., Tajuddin Othman, A. (2020). Predicting Effect Implementing the Jigsaw Strategy on the Academic Achievement of Students in Mathematics Classes, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), 1-7.
- Zare, H., Saeed, N., Moosapour, N.A., Sarmadi, M.R., Hormozi, M. (2010). Studying the relationship between self-directed learning readiness of virtual education students and academic achievement, *Journal of Iranian Higher Education*, 3(1), 163-187. [In Persian]